

Коммунальное хозяйство городов

жливість компенсувати неточності розточування блоку, виготовлення та заміни уставок. При роботі блоків, оснащених ними, строк служби їх необмежений. Довговічність сталевих канатів на футерованих полімерними матеріалами блоках збільшується в 2,0-2,5 рази порівняно з нефутерованими.

- 1.Сергеев С. Т. Стальные канаты. – К.: Техніка, 1984. – 328 с.
- 2.Добронравов С.С., Дронов В.Г. Строительные машины и основы автоматизации. – М.: Высш. шк., 2003. – 575 с.
- 3.Григоров О.В., Петренко О.В. Вантажопідйомні машини. – Харків: НТУ «ХПІ», 2006. – 299 с.
- 4.Додонов Б.П., Лифанов В.А. Грузоподъемные и транспортные устройства. – М.: Машиностроение, 1990. – 248 с.

Отримано 20.09.2008

УДК 628.174 : 614.4

В.П.ОЛЬШАНСКИЙ, д-р физ.-матем. наук

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства

С.В.ОЛЬШАНСКИЙ

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

О ВЛИЯНИИ РЕАКТИВНОЙ СИЛЫ НА СКОРОСТЬ ПОЛЕТА ИСПАРЯЮЩИХСЯ КАПЕЛЬ РАСПЫЛЕННЫХ ОГНЕТУШАЩИХ ВЕЩЕСТВ

С помощью функций Бесселя построено точное аналитическое решение уравнения вертикального падения испаряющейся шаровидной капли с учётом реактивной силы. Исследовано влияние реактивной силы на скорость движения частицы в газовой среде.

При тушении пожаров жидкими распыленными огнетушащими веществами приходится учитывать испарение капель во время движения в высокотемпературной газовой среде. Исследование влияния испарения на скорость и дальность полёта капель диспергированных огнетушащих веществ приводилось в работах [1, 2] без учёта реактивной силы, вызванной изменением массы частицы. В работах [3-5] составлены уравнения баллистики сферической капли, радиус которой уменьшается пропорционально времени движения частицы с учётом реактивной силы. Однако, в указанных публикациях не построено точных аналитических решений этих уравнений. Их авторы ограничились приближённым анализом. Поэтому целью данной работы является построение точного аналитического решения уравнения вертикального падения капли с заданной начальной скоростью в предположении, что убывание её радиуса за счёт испарения является линейной функцией времени, а реактивная сила пропорциональна скорости падения частицы. В цель исследования входит также анализ влияния реактивной си-

лы на скорость полёта капли. Выбранный вариант движения частицы соответствует вертикальной подаче вниз огнетушащей жидкости установкой импульсного пожаротушения [3].

Как и в работах [1-4], предполагаем, что аэродинамическая сила сопротивления F_c пропорциональна площади сечения шаровидной капли и квадрату скорости её падения v , т.е.

$$F_c = k \pi r^2 v^2. \quad (1)$$

Здесь k – постоянный коэффициент, зависящий от параметров газовой среды; r – радиус частицы, который уменьшается во времени по линейному закону

$$r = r(t) = r_0 - \gamma t. \quad (2)$$

В выражении (2) $r_0 = r(0)$ – начальное значение радиуса в момент истечения (старта) частицы; $\gamma > 0$ – коэффициент, характеризующий скорость уменьшения r , так что полное испарение капли происходит за время

$$t_1 = r_0 / \gamma,$$

чем ограничена продолжительность её полёта.

Следуя публикациям [3-5], реактивную силу F_p считаем пропорциональной скорости падения капли и производной $\frac{dM}{dt}$, где $M = M(t)$ – масса капли, что для сферической частицы постоянной плотности ρ , у которой

$$M = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho; \quad \frac{dM}{dt} = 4 \pi r^2 \rho \frac{dr}{dt},$$

сводится к формуле

$$F_p = 4 \pi r^2 \rho \mu v \frac{dr}{dt}. \quad (3)$$

Здесь $0 \leq \mu \leq 1$ – поправка на то, что при всестороннем испарении капли только часть отделяющейся от неё массы идёт на создание реактивной силы.

В работах [3-5] принималось $\mu = 1$, а в работах [1, 2] – $\mu = 0$.

Таким образом для определения скорости падения $v = v(t)$ приходится решать дифференциальное уравнение

$$M \frac{dv}{dt} \pm F_p + F_c = Mg. \quad (4)$$

Здесь g – ускорение свободного падения; знак “+” перед F_p соответствует случаю, когда реактивная сила ускоряет движение, а “-” – когда замедляет его.

С учётом выражений (1) и (3) дифференциальное уравнение (4) принимает вид:

$$\frac{dv}{dt} \pm \frac{3\mu}{r} \frac{dr}{dt} v + \frac{3k}{4\rho r} v^2 = g. \quad (5)$$

Заменив t переменной r по формулам:

$$\frac{dr}{dt} = -\gamma; \quad \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \frac{dr}{dt} = -\gamma \frac{dv}{dr},$$

уравнение (5) преобразуем к новой переменной

$$\frac{dv}{dr} \pm \frac{3\mu}{r} v - \frac{\alpha_0}{r} v^2 = -g_0. \quad (6)$$

Здесь $\alpha_0 = \frac{3k}{4\rho\gamma}$; $g_0 = \frac{g}{\gamma}$.

Уравнение (6) будем решать при начальном условии

$$v(r_0) = v_0. \quad (7)$$

Аналитическое решение задачи Коши для ускоряющей реактивной силы. Решим уравнение (6) при знаке “+” перед 3μ . С этой целью выразим искомую скорость через вспомогательную функцию $w(r)$ и её производную по формуле [2]

$$v = -\frac{r}{\alpha_0} \frac{dw}{w}. \quad (8)$$

Подставив (8) в (6), приходим к линейному уравнению второго порядка

$$\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1+3\mu}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{\alpha_0 g_0}{r} w = 0.$$

Общим его решением является выражение

$$w(r) = \tau^{-\nu} [c_1 I_\nu(\tau) + c_2 K_\nu(\tau)], \quad (9)$$

в котором $\nu = 3\mu$; $\tau = 2\sqrt{\alpha_0 g_0 r}$; c_1, c_2 – произвольные постоянные; $I_\nu(\tau)$ и $K_\nu(\tau)$ – модифицированная функция Бесселя и Макдональда индекса ν .

Используя известные формулы дифференцирования цилиндрических функций [6]

$$\frac{d}{d\tau}[\tau^{-\nu} I_\nu(\tau)] = \tau^{-\nu} I_{\nu+1}(\tau); \quad \frac{d}{d\tau}[\tau^{-\nu} K_\nu(\tau)] = -\tau^{-\nu} K_{\nu+1}(\tau),$$

после подстановки решения (9) в выражение (8), получаем

$$v(\tau) = \frac{\tau}{2\alpha_0} \frac{K_{\nu+1}(\tau) - c I_{\nu+1}(\tau)}{K_\nu(\tau) + c I_\nu(\tau)}. \quad (10)$$

Произвольную постоянную $c = c_1 c_2^{-1}$ находим с учётом начального условия (7). Она принимает значение

$$c = \frac{\tau_0 K_{\nu+1}(\tau_0) - 2\alpha_0 v_0 K_\nu(\tau_0)}{\tau_0 I_{\nu+1}(\tau_0) + 2\alpha_0 v_0 I_\nu(\tau_0)}, \quad (11)$$

где $\tau_0 = 2\sqrt{\alpha_0 g_0 r_0}$.

Таким образом, точное аналитическое решение задачи об изменении скорости вертикального падения испаряющейся капли выражается с помощью функций Бесселя, индекс которых находится в промежутке $\nu \in [0; 3]$ и зависит от коэффициента μ .

Если в формулах (10) и (11) положить $\nu = 0$, то получим решение задачи баллистики без учёта реактивной силы, которое опубликовано в работах [2, 7]

Для целых значений $\nu = 0; 1; 2; 3$ расчёт скорости падения капли можно проводить с помощью рекуррентных соотношений и таблиц цилиндрических функций [8, 9].

Существует также три значения индекса ν : $1/2$; $3/2$; $5/2$, для которых рассматриваемая задача Коши решается в элементарных функциях и расчёт $v(\tau)$ сводится к вычислению экспоненциальной и гиперболических функций, через которые выражаются функции Бесселя полуцелого индекса.

Решение (10) позволяет найти предельное значение скорости капли при $t \rightarrow r_0 / \gamma$. В этом случае аргумент $\tau \rightarrow 0$ и для него при

$\nu > 0$ имеют место оценки [8]

$$I_\nu(\tau) \sim \frac{(\tau/2)^\nu}{\Gamma(\nu+1)}; \quad K_\nu(\tau) \sim \frac{\Gamma(\nu)}{2} \left(\frac{2}{\tau}\right)^\nu. \quad (12)$$

В выражениях (12) $\Gamma(\nu)$ – гамма-функция.

Заменив в (10) цилиндрические функции их асимптотическими приближениями (12), с учётом того, что $\Gamma(\nu+1) = \nu\Gamma(\nu)$, получаем

$$v_a = \lim_{\tau \rightarrow 0} v(\tau) = \frac{\nu}{\alpha_0} = \frac{3\mu}{\alpha_0}. \quad (13)$$

Граничное значение скорости падения капли без учёта реактивной силы равно нулю, а с учётом её оно максимально при $\mu = 1$. Максимальное значение равно

$$\max v_a = 3/\alpha_0.$$

Компактное выражение (13) удобно использовать для идентификации значения коэффициента μ , путём измерения скорости v_a .

В пожаротушении встречаются случаи, когда мелкие капли истекают с большой начальной скоростью из установки импульсного пожаротушения [3]. В таких условиях сила тяжести капли оказывается гораздо меньшей других сил, действующих на частицу. Это позволяет вместо точного решения (10) использовать приближённое решение, которое легко получить, приняв в (10) $g = 0$. Такое упрощение даёт

$$v(r) \approx \frac{\nu}{\alpha_0 + \left(\frac{\nu}{v_0} - \alpha_0\right) \left(\frac{r}{r_0}\right)^\nu}. \quad (14)$$

Из него также следует формула (13) для граничного значения скорости при $r \rightarrow 0$.

Заметим, что изложенный подход к построению приближённого решения задачи Коши применялся ранее в работе [3]. Он достаточно точен в условиях сочетания больших значений v_0 с малыми значениями r_0 .

Исследуем влияние ускоряющей реактивной силы на скорость движения тела. Для этого примем следующие исходные данные: $r_0 = 10^{-3}$ м; $k = 10^{-3}$ кг/м³; $\gamma = 10^{-4}$ с⁻¹; $\rho = 1000$ кг/м³. Их, а также

$v_0 = 40$ м/с, подставляем в формулы (10) и (11). Полученные зависимости $v(t)$ для трёх значений μ представлены графически на рис.1.

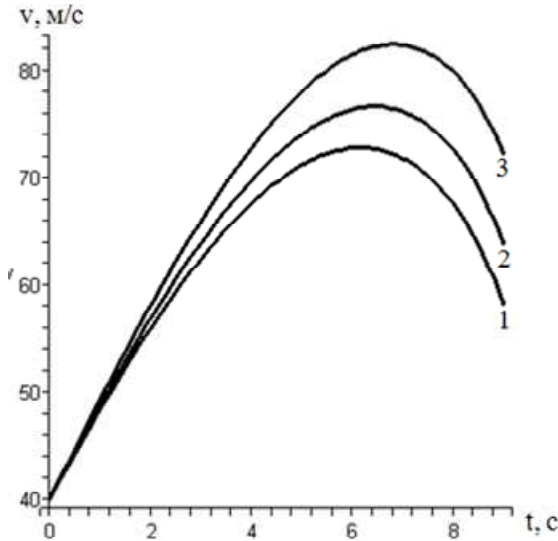


Рис.1 – Зависимости скорости от времени при разных μ

На рис.1 цифрами 1,2,3 обозначены кривые, соответствующие коэффициенту $\mu = 10^{-2}$; $4 \cdot 10^{-2}$; $8 \cdot 10^{-2}$. Видно, что при существенном возрастании реактивной силы значительно возрастает скорость движения капли, особенно её максимум.

Сравним поведение точного решения (10) с асимптотическим (14) при высокоскоростном истечении капли. Для этого примем прежние исходные данные и $v_0 = 120$ м/с; $\mu = 4 \cdot 10^{-2}$. Графики $v(t)$ представлены на рис.2. Они не имеют экстремумов, т.е. являются монотонно убывающими.

На рис.2 цифрой 1 обозначена кривая, полученная по формуле (10), а цифрой 2 – по формуле (14). Результаты расчётов подтверждают то, что при $t \rightarrow r_0 / \gamma$ аналитическое решение сближается с асимптотическим решением, полученным при $g = 0$. На интервале движения, когда капля практически испарилась, сила гравитации слабо влияет на её падение.

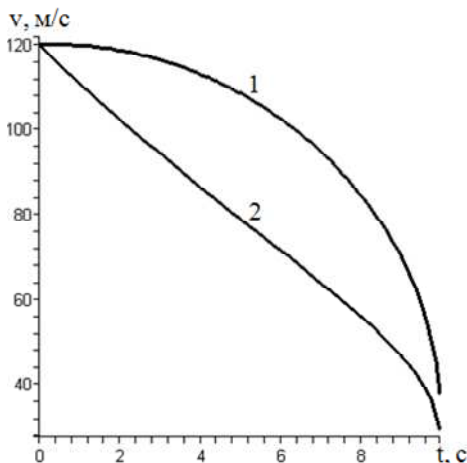


Рис.2 – Зависимости скорости от времени, полученные различными способами

Аналитическое решение задачи Коши для тормозящей реактивной силы. В этом случае подстановка выражения (8) в (6) приводит к дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1-3\mu}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{\alpha_0 g_0}{r} w = 0$$

с общим решением

$$w(r) = \tau^\nu \left[c_1 I_\nu(\tau) + c_2 K_\nu(\tau) \right], \quad (15)$$

где, как прежде, $\nu = 3\mu$.

Используя известные формулы дифференцирования [6]

$$\frac{d}{d\tau} \left[\tau^\nu I_\nu(\tau) \right] = \tau^\nu I_{\nu-1}(\tau); \quad \frac{d}{d\tau} \left[\tau^\nu K_\nu(\tau) \right] = -\tau^\nu K_{\nu-1}(\tau),$$

с помощью (8) и (15) получаем

$$v(\tau) = \frac{\tau}{2\alpha_0} \frac{K_{\nu-1}(\tau) - c I_{\nu-1}(\tau)}{K_\nu(\tau) + c I_\nu(\tau)}. \quad (16)$$

Начальное условие (7) выполняется, когда

$$c = \frac{\tau_0 K_{\nu-1}(\tau_0) - 2\alpha_0 v_0 K_\nu(\tau_0)}{\tau_0 I_{\nu-1}(\tau_0) + 2\alpha_0 v_0 I_\nu(\tau_0)}. \quad (17)$$

Формулы (16) и (17) позволяют проводить расчёт скорости падения капли для целых и полуцелых значений ν с помощью таблиц спе-

циальных и элементарных функций.

Тормозящая реактивная сила меняет характер асимптотики скорости $v(\tau)$ при малых τ по сравнению с ускоряющей силой. Подставив асимптотические приближения (12) в (16), находим, что

$$v_a = \lim_{\tau \rightarrow 0} v(\tau) = 0, \quad \text{независимо от } v_0.$$

При малых r_0 , но больших v_0 , точное решение (16) можно заменить приближённым компактным выражением

$$v(r) \approx \frac{v}{\left(\alpha_0 + \frac{v}{v_0} \right) \left(\frac{r_0}{r} \right)^v - \alpha_0}, \quad (18)$$

отбросив силу гравитации в уравнении (4). Формула (18) даёт то же граничное значение скорости $v_a = 0$, что и точное решение (16).

Исследуем влияние тормозящей реактивной силы на скорость движения капли. Для этого примем такие исходные данные: $r_0 = 10^{-3}$ м; $k = 10^{-3}$ кг/м³; $\gamma = 10^{-4}$ с⁻¹; $v_0 = 40$ м/с; $\rho = 1000$ кг/м³. Их будем подставлять в формулы (16) и (17).

Цифрами 1,2,3 на рис.3 обозначены полученные с помощью (16) и (17) кривые, соответствующие коэффициенту $\mu = 10^{-2}$; $4 \cdot 10^{-2}$; $8 \cdot 10^{-2}$. Сравнивая графики на рис.1 и 3, видно, что при тормозящей реактивной силе, капля летит со значительно меньшей скоростью. Увеличение ускоряющей реактивной силы смещает положение максимума скорости по временной координате вправо, а увеличение тормозящей реактивной силы – смещает его влево.

На рис.4 цифрой 1 обозначена кривая, полученная по формуле (16), а цифрой 2 – по формуле (18), при $v_0 = 120$ м/с; $\mu = 4 \cdot 10^{-2}$. Результаты расчётов подтверждают ранее отмеченный факт сближения значений скорости, полученных при $t \rightarrow r_0/\gamma$ с помощью точного и асимптотического решений.

Введением новой переменной в дифференциальные уравнения падения капли, радиус которой убывает по линейному закону, их удалось свести к специальному уравнению Риккати, решение которого выражается в функциях Бесселя. Решения получены для ускоряющей и замедляющей реактивной силы. Увеличение ускоряющей реактивной силы смещает максимум скорости падения капли по временной оси вправо, а увеличение тормозящей реактивной силы смещает этот мак-

симум влево. Результаты расчётов показывают, что при высокоскоростном истечении испаряющейся капли, в конце времени её существования, точное аналитическое решение сближается с асимптотическим решением, полученным без учёта гравитации.

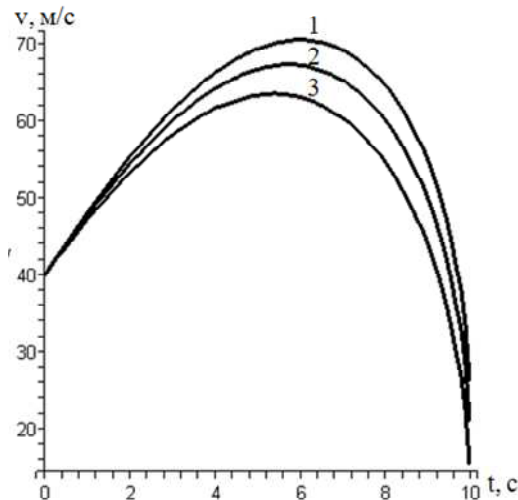


Рис.3 – Зависимости скорости от времени при разных μ

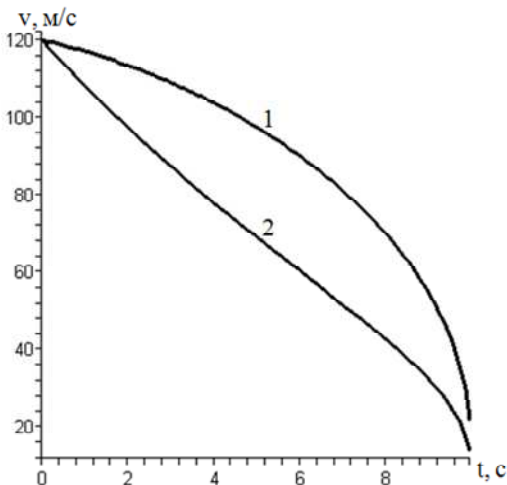


Рис.4 – Зависимости скорости от времени при разных μ

1. Кучеренко С.І., Ольшанський В.П., Ольшанський С.В., Тіщенко Л.М. Моделювання польоту крапель, які випаровуються при русі в газі. – Харків: Едена, 2006. – 203 с.
2. Кучеренко С.І., Ольшанський В.П., Ольшанський С.В., Тіщенко Л.М. Балістика крапель, які випаровуються при польоті. – Харків: ХНТУСГ, 2007. – 304 с.
3. Севриков В.В., Карпенко В.А., Севриков И.В. Автоматические быстродействующие системы пожарной защиты. – Севастополь: Сев ГТУ, 1996. – 260 с.
4. Абрамов Ю.А., Росоха В.Е., Шаповалова Е.А. Моделирование процессов в пожарных стволах. – Харьков: Фолио, 2001 – 195 с.
5. Безродный И.Ф., Пучков С.И., Филиппов В.Д. Расчёты траектории испаряющейся капли в среде с пространственно-неоднородными свойствами // Проблемы пожарной безопасности зданий и сооружений. – М.: ВНИИПО МВД СССР, 1990. – С.184-185.
6. Градштейн И.М., Рыжик И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1962. – 1100 с.
7. Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. О нелинейной модели падения испаряющейся капли // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вып.67. – К.: Техніка, 2006. – С.351-357.
8. Абрамовиц А., Стиган И., Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицами). – М.: Наука, 1979. – 832 с.
9. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1977. – 344 с.

Получено 23.06.2008

УДК 574.2

А.В.ОВЧАРОВ, канд. техн. наук, Е.А.ОВЧАРОВ

Харьковская национальная академия городского хозяйства

РЕШЕНИЕ ВОПРОСОВ БЕЗОПАСНОСТИ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТОПЛИВ В АВТОМОБИЛЬНЫХ ДВИГАТЕЛЯХ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

Рассматривается негативное воздействие применяемых видов топлив в двигателях внутреннего сгорания на состояние безопасности жизнедеятельности. Предлагаются меры по снижению указанного воздействия путем усовершенствования топлив.

Топливно-энергетический комплекс и транспорт являются основными источниками антропогенного воздействия на жизненную среду. Ежегодно в мире производят 40-45 млн. автомобилей, из них свыше 25% – грузовые автомобили и автобусы. Автомобильный парк Украины в 2007 г. уже насчитывал 8 млн. ед., в том числе легковых автомобилей – 6,5 млн. ед. Транспортные средства – это мощные потребители нефтяных топлив и нефтепродуктов. Годовая добыча сырой нефти в мире сегодня составляет свыше 27505 млн. баррелей, из них потребляется около 27400 млн. баррелей. В Украине годовая добыча нефти составляет около 32 млн. баррелей, в то время как потребление составляет 106 млн. баррелей. В странах Западной Европы на протяжении года автомобильным транспортом расходуется около 30% нефтепродуктов, в США и Канаде – 52-55%, в Японии – более 20%. На автомобильном